Durée : 2h00

La présentation et l'expression écrite sont notés sur **4 points**

Partie I : Activités numériques **12 points**

Exercice 1 :

1. a) Écrire chacun des trois nombres $\sqrt{12}$, $\sqrt{27}$ et $\sqrt{75}$ sous la forme $a\sqrt{3}$, avec a entier.
   b) On donne $A = 4\sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 5\sqrt{75}$; donner une écriture simplifiée de A.

2. On pose :

$$B = 5^2 + 2^2 \times 9 \qquad ; \qquad C = \frac{3^2}{4 + 2^2} \qquad ; \qquad D = 5 \times 10^3 - 2 \times 10^2.$$

Donner l'écriture décimale de ces trois nombres.

Exercice 2 :

1. Déterminer le PGCD des nombres 408 et 578.

2. Écrire $\frac{408}{578}$ sous forme d'une fraction irréductible.

Exercice 3 :

On donne

$$E = 9 - (2x - 1)^2.$$

1. Développer et réduire E.

2. Factoriser E.

3. Calculer E pour $x = \frac{1}{3}$.

4. Résoudre $(2 + 2x)(4 - 2x) = 0$.

Partie II : Activités géométriques **12 points**

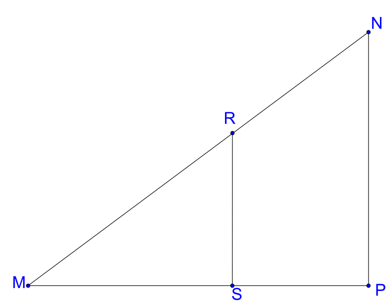
$\mathbb{E}$xercice 1 :

Soit $(O; I, J)$ un repère orthonormé du plan (unité le cm).

1. Sur la copie, dans le repère $(O; I, J)$, placer les points $A(-3; 1)$; $B(-2; 3)$; $C(2; 1)$.
2. Calculer la distance BC.
3. On admet que $AB = \sqrt{5}$ et $AC = 5$. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
4. Calculer les coordonnées du milieu M de $[AB]$.
5. Construire le point N, image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
6. Calculer le coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$.
7. Calculer les coordonnées du point N.
8. Démontrer que la droite (MN) coupe le segment $[AC]$ en son milieu.

$\mathbb{E}$xercice 2 :

On donne la figure ci-dessous dans laquelle les dimensions ne sont pas respectées. On ne demande pas de refaire cette figure.



L'unité de longueur est le centimètre. Le triangle MNP est rectangle en P avec $MP = 6$ et $NP = 2\sqrt{3}$. Le triangle MRS est rectangle en S avec $MR = 5$. Les points M, R et N sont alignés, les points M, S et P sont alignés.

1. Déterminer une valeur de l'angle $\widehat{PMN}$.
2. En déduire la longueur RS.
3. Justifier que les droites (NP) et (RS) sont parallèles.
4. Calculer la distance MS ; l'arrondir au mm.

Partie III : Problème

$\mathbb{P}$remière partie :

1. On considère le tableau de proportionnalité ci-contre :

20	30
70	b

$\times$a

a) Calculer b.

b) On appelle a le coefficient de proportionnalité. Calculer a.

2. On considère la fonction linéaire f définie par : $f : x \longmapsto 3,5x$.
Sur la feuille de pappier millimétré, tracer la droite d représentant la fonction f.
On prendra un repère orthonormé ; l'origine sera placée en bas et à gauche de la feuille ; sur chaque axe : 1 cm représentera 10 unités.

$\mathbb{D}$euxième partie :

Dans le repère précédent, placer les points $A(20; 70)$ et $B(60; 90)$.

2. Déterminer la fonction affine g dont la représentation graphique est la droite (AB).

a) Résoudre le système $\begin{cases} y = 3,5x \\ y = 0,5x + 60 \end{cases}$

b) Que représente le couple $(x; y)$, solution de ce système, pour les droites d et (AB) ?

$\mathbb{T}$roisième partie :

On dispose d'un ressort de 60 mm.
Quand on lui suspend une masse de 20 g, il s'allonge de 10 mm.

1. On admet que l'**allongement** du ressort est toujours proportionnel à la masse accrochée.
Démontrer que la longueur totale du ressort pour une masse de 80 g est 100 mm.

2. Soit x la masse suspendue en grammes.
Exprimer l'allongement du ressort en fonction de x.

3. Exprimer la longueur totale du ressort en fonction de x.

4. Sachant que la masse volumique de l'or est $19,5g/cm^3$, calculer la masse d'un cube en or de 2 cm d'arête.

5. On suspend ce cube à ce ressort. Déterminer la longueur totale du ressort.
Retrouver cette longueur sur le graphique. Faire apparaître les pointillés nécessaires.
